

铜山矿深部矿体Ⅱ号探矿竖井工程中冻土层 塑性本构模型对比分析

——以剑桥模型和L模型为例

焦 东 赵纯林 李吉龙
中国华冶科工集团有限公司 北京 100176

摘 要：本文以铜山矿深部矿体Ⅱ号探矿竖井工程为例，选取剑桥模型和L模型这两种岩土塑性本构模型，对该工程中的岩土材料力学性质进行分析。通过详细阐述两种模型的理论基础，结合工程实际数据进行计算和模拟，对比了它们在描述岩土力学行为方面的优缺点。研究结果表明，剑桥模型在描述土体的弹塑性变形方面具有较高的准确性，尤其在考虑土体的应力历史和屈服特性方面表现出色；而L模型在计算效率和对某些特定工况的适应性上具有一定优势。

关键词：岩土工程；塑性本构模型；剑桥模型；L模型；力学性质

引言：随着岩土工程的不断发展，准确分析岩土材料的力学性质对于工程的设计、施工和安全性评估至关重要。岩土塑性本构模型是描述岩土材料在受力过程中应力-应变关系的重要工具，不同的本构模型具有不同的特点和适用范围。通过对实际工程中两种常见岩土塑性本构模型的对比分析，为工程实践提供理论依据和参考，帮助工程师选择更合适的模型，提高工程设计的准确性和可靠性。

铜山矿深部矿体Ⅱ号探矿井井深1232m、净直径Φ7m，在-450m、-700m留设马头门。平面探矿工程包括-700m石门、-700m中段探矿沿脉巷道和穿脉巷道、中央变电所、避灾硐室等，工程量合计约108971.61m³。涌水量不大于5m³/h，岩石硬度系数 $f \leq 10$ 。位于黑龙江省北部黑河市，东南和伊春市、绥化市接壤，西南同齐齐哈尔市毗邻，西部与内蒙古自治区隔嫩江相望，北部与大兴安岭地区相连，东北隔黑龙江与俄罗斯阿穆尔州相对。地处大兴安岭东端，小兴安岭北部，地理坐标在北纬47°42′-51°03′，东经124°45′-129°18′之间。该地区年平均气温仅-1.3℃至0.8℃之间，冬季极端最低气温可达-40℃以下，是中国气温最低的地方之一。降雪量大且持续时间长：每年从11月到次年3月，长达半年的时间里，黑河都被厚厚的积雪所覆盖。因该地区冬季气温极低，工程每年都将面临冻土层施工，高寒地区土层在冻结状态下，冻土的抗压强度比未冻结状态下高很多。因为冰的胶结作用使得土颗粒之间的连接更加紧密，能够承受较大的压力。

1 剑桥模型

1.1 屈服准则

1.1.1 临界状态线概

定义：Roscoe等人提出的临界状态线（CSL）是剑桥模型的核心概念。在正常固结土和超固结土的排水或不排水剪切试验中，当土样在剪切过程中达到某一特定状态时，其体积应变和剪应变会趋于稳定，这个状态被定义为临界状态。

1.1.2 屈服面

数学表达式：剑桥模型的屈服面方程一般可以表示为 $f = q^2 - M^2 p' (p'_0 - p') = 0$ 。其中， q 是广义剪应力（可以根据不同的应力空间定义来计算，如在三轴试验条件下， $q = \sigma_1 - \sigma_3$ ， σ_1 和 σ_3 分别是大主应力和小主应力）， p' 是有效平均正应力（ $p' = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$ ， σ'_i 是有效主应力）， M 是与土的内摩擦角有关的参数 $M = 6 \sin \phi' / (3 - \sin \phi')$ ， ϕ' 是有效内摩擦角）， p'_0 是前期固结压力^[1]。

1.2 硬化规律

1.2.1 土体硬化规律假设

在剑桥模型中，假设土体是加工硬化材料。这意味着随着塑性应变的发展，屈服面会发生膨胀，即屈服面的大小和形状会发生变化。这种变化是和土体的应力-应变历史相关的。

当土体受到荷载作用时，从弹性状态进入弹塑性状态后，塑性应变的发展会导致土体抵抗变形的能力发生改变，也就是产生硬化现象。这种硬化主要是通过塑性

体积应变来体现的。

1.2.2 弹性模量随应力状态的变化规律

剑桥模型中弹性模量 E 与有效平均正应力 p' 有关,通常假设弹性模量和有效平均正应力的平方根成正比,即 $E = E_0 \sqrt{p'/p_a}$ 。其中, E_0 是参考弹性模量(对应于某一参考有效平均正应力 p_a)。

这表明随着有效平均正应力的增加,弹性模量也会增大。例如,在深层土体中,由于上覆土层的压力使得有效平均正应力较大,土体的弹性模量也就相对较高,土体在受到较小的应变时就能承受较大的应力,就像被压实得更紧密的弹簧一样,弹性更好。

1.2.3 泊松比随应力状态的变化规律

剑桥模型假定泊松比 γ 是常数,一般取值在0.15-0.2之间。这个假设是为了简化模型计算。

虽然在实际土体中,泊松比可能会随着应力状态的变化而发生一定的变化,但在剑桥模型的框架下,忽略了这种变化,认为土体在弹性变形阶段泊松比保持不变,以此来方便对土体的弹性变形进行描述。例如,在对土体进行简单的弹性变形分析时,如在小应变范围内,假设泊松比为常数可以较为方便地计算土体在不同方向上的应变关系。

1.3 流动法则

在剑桥模型中,采用相关流动法则来描述塑性应变增量与应力增量之间的关系。

1.3.1 相关流动法则

相关流动法则假定塑性应变增量的方向与屈服面的外法线方向一致。从数学角度看,塑性应变增量向量与屈服函数的梯度向量成正比。

1.3.2 塑性应变增量与应力增量的关系

屈服函数与塑性应变增量:在剑桥模型中,屈服函数如 $f = q^2 - M^2 p' (p'_0 - p') = 0$ (其中 q 是广义剪应力, p' 是有效平均正应力, M 是与土的内摩擦角有关的参数, p'_0 是前期固结压力)。根据相关流动法则,塑性应变增量各分量(如体积塑性应变增量 $d\epsilon_v^p$ 和剪塑性应变增量 $d\epsilon_s^p$)的比例关系由屈服函数对相应应力分量的偏导数来确定。

2 L 模型

2.1 屈服函数

L模型是一种在岩土力学中被广泛应用的本构模型,其屈服函数具有独特的形式和特点,与剑桥模型存在显著区别。

L模型的屈服函数通常考虑了更多复杂因素,其形式可能包含多个应力不变量及其组合,以更全面地描述岩土材料在不同应力状态下的屈服行为。例如,它会综合

考虑偏应力张量的第二不变量、平均正应力以及材料参数等因素,来确定土体从弹性变形到塑性变形的临界状态。这种形式能够较好地反映岩土材料的各向异性、非均质性以及应力路径的影响,适用于复杂地质条件下的岩土工程问题,如存在节理裂隙的岩体或不同岩性交替的地层中的力学分析。

与剑桥模型相比,区别明显。剑桥模型的屈服函数主要基于临界状态土力学理论,通过 $q^2 - M^2 p' (p'_0 - p') = 0$ 这样的形式(其中 q 是广义剪应力, p' 是有效平均正应力, M 是与土的内摩擦角有关的参数, p'_0 是前期固结压力)来体现土体的屈服特性,重点关注了土体的应力历史和临界状态,对于黏土等软土的力学行为描述较为准确,但假设条件相对较为理想化,如假定泊松比为常数等,且对砂土等粗粒土的模拟效果欠佳。

而L模型则突破了这些限制,在考虑应力历史的同时,更侧重于对复杂应力状态和岩土材料实际特性的描述,参数确定也相对灵活,可通过现场原位测试和实验数据相结合的方式获取,但由于其考虑因素众多,理论较为复杂,在实际应用中对工程师的专业素养要求更高,计算成本也相对较大。总体而言,L模型在处理复杂岩土工程问题时具有独特优势,为更精准地模拟岩土体的力学行为提供了有力工具^[2]。

2.2 塑性势函数

在L模型中,塑性势函数是一个关键概念,具有重要的定义、作用以及与流动法则紧密相连的关系。

塑性势函数 g 是应力状态的函数,其定义基于土体的塑性变形机制。它描述了在应力空间中,塑性应变增量可能发生的方向。从数学表达式上,塑性势函数的偏导数与塑性应变增量分量相关联,通过对塑性势函数分别关于不同应力分量求偏导,来确定塑性应变增量在各个方向上的比例关系。一方面,塑性势函数为判断土体进入塑性变形阶段后,塑性应变的发展方向提供了依据。它能够反映出土体内部微观结构在受力过程中的变化趋势,使得模型可以更准确地模拟在复杂应力路径下土体的塑性变形特征,比如在土体承受循环加载、复杂的三维应力状态时,塑性势函数能够指引模型合理地分配各个方向上的塑性应变增量。

2.3 模型参数

在L模型中,常见参数包括弹性模量、泊松比、内摩擦角、黏聚力以及与各向异性和非均质性相关的参数等。弹性模量反映了材料在弹性变形阶段抵抗变形的能力,泊松比描述了材料在单向受力时横向应变与纵向应变的比值关系,这两个参数对于土体在弹性阶段的变

形计算至关重要。内摩擦角和黏聚力则是衡量土体抗剪强度的关键指标，内摩擦角体现了土颗粒之间的摩擦特性，黏聚力表征了土颗粒间的黏结力，它们决定了土体在剪切作用下的稳定性和破坏模式。对于描述各向异性和非均质性的参数，如不同方向上的弹性模量比值等，其反映了土体在不同方向力学性能的差异，以及在空间上力学性质的不均匀分布，这使得L模型能够更好地模拟实际地质条件下土体复杂的力学行为。

3 两种模型的优缺点对比

3.1 剑桥模型优缺点分析

3.1.1 优点

考虑应力历史：剑桥模型能够很好地考虑土体的应力历史，通过引入前期固结压力参数，有效区分正常固结土和超固结土。这对于模拟土体在不同加载历史下的力学行为非常重要，比如在分析地基土在建筑物多次加卸载过程中的变形特性时很有优势。

临界状态描述准确：其核心的临界状态线概念能精准地描述土体在剪切过程中的最终变形状态。在模拟长期受载的土体工程，如长期运营的垃圾填埋场的地基稳定性分析中，可以很好地预估土体最终的孔隙比和有效应力状态变化。

理论基础完善：建立在弹塑性理论上，通过屈服准则、流动法则等构建起完整的本构关系，在学术研究和工程应用中都有较强的理论支撑，方便对土体力学行为进行深入的分析。

3.1.2 缺点

参数确定复杂：需要通过复杂的室内试验，如固结试验来获取如压缩指数、膨胀指数、前期固结压力等参数。这些参数的确定过程不仅耗时，而且对试验精度要求较高，在实际工程中可能因为试验条件限制而难以精确获取。

适用范围有限：剑桥模型主要是针对黏土等软土建立的，对于砂土等粗粒土的模拟效果相对较差。在涉及多种土质混合或者有特殊地质条件（如含有大量砾石的土）的工程中，应用剑桥模型可能无法准确描述土体的力学行为。

假设条件理想化：模型假设泊松比为常数等条件与实际土体情况有一定差异。在土体受到复杂应力路径或者大变形情况时，这些假设可能导致模拟结果与实际情况出现偏差^[3]。

3.2 L模型优缺点分析

3.2.1 优点

适用性广：L模型能够较好地考虑岩石的各向异性、非均质性等复杂特性。在矿山工程等地质条件复杂的环境中，如存在节理裂隙发育的岩体或者不同岩性交替的区域，L模型可以更准确地模拟岩石的力学行为。

模拟复杂加载过程有效：对于复杂的加载过程，如矿山竖井开挖过程中的分步开挖、多次加载卸载循环等工况，L模型能够有效地模拟岩石应力重分布和变形情况，对工程施工过程中的力学问题分析有很大帮助。

参数获取相对灵活：相较于剑桥模型，L模型的一些参数可以通过现场原位测试（如现场岩石力学试验）和经验数据相结合的方式确定，获取参数的途径更广泛，在一定程度上降低了参数确定的难度。

3.2.2 缺点

理论复杂：L模型的理论相对复杂，涉及到更多的弹塑性力学和岩石力学的高级理论，这使得模型的理解和应用难度较大，对于工程师的专业素养要求较高。

计算成本高：由于L模型需要考虑更多的因素，如岩石的各向异性等，在有限元等数值计算过程中，计算规模 and 计算时间通常会增加，计算成本较高。

校准难度大：在实际应用中，为了使模型结果符合工程实际，需要对模型进行校准，但由于其复杂的参数和理论，校准过程比较困难，需要大量的工程实例和试验数据进行验证和调整^[4]。

结束语

本次铜山矿深部矿体Ⅱ号探矿竖井工程冻土层本构模型研究仍存在一些不足之处。在理论方面，对冻土复杂的物理力学机制尚未完全厘清，如冰的相变、冻胀融沉过程中的应力应变关系等描述不够精准。现有的模型大多针对特定条件下的冻土，普适性差，难以应用于不同地区、不同类型冻土的工程分析。而且参数测定困难，受温度、水分等因素影响，参数的准确性和稳定性难以保证，导致模型计算结果与实际情况存在偏差。

参考文献

- [1]刘红,肖宇,肖杨,等.土体热力学性质及本构关系研究综述[J/OL].土木与环境工程学报(中英文),1-16[2025-01-01].
- [2]丁鑫,肖晓春,潘一山,等.煤岩本构关系与冲击倾向指标的力学分析[J].地下空间与工程学报,2020.
- [3]姚海慧.基于弹塑性边界理论的饱和粘土动本构关系研究[D].天津大学,2019.
- [4]虞洪,陈晓斌,易利琴,等.软土修正剑桥模型参数反演及其应用研究[J].岩土力学,2023.