

MATLAB在数学建模中的运用

王慧丽 吴小希 蔡文颖
娄底开放大学 湖南 娄底 417000

摘要: MATLAB作为一款强大的计算工具,在数学建模中具有广泛的应用。MATLAB提供了丰富的工具箱和函数库,使得数学建模的实现过程更加简便高效。本文展示了MATLAB如何应用于实际问题,进一步证明了其在数学建模中的实用性。MATLAB以其强大的计算能力和灵活的编程环境,成为数学建模不可或缺的工具。

关键词: MATLAB; 数学建模; 矩阵运算

1 数学建模概述

1.1 数学建模的基本概念

数学建模^[1]在很多领域得到了广泛应用,在工程领域,数学建模可以用于结构分析、系统设计和优化。在经济学中,建模用于预测市场趋势和分析经济行为。在生态学中,模型帮助研究物种之间的相互作用和生态系统的动态变化。通过数学建模,复杂的现实问题可以被简化和量化,从而为决策提供科学依据。

1.2 数学建模的重要性与应用领域

数学建模在现代科学研究和工程应用中扮演着至关重要的角色。其核心在于将现实世界的问题转化为数学形式,以便通过分析、模拟和优化来寻求解决方案。数学建模的重要性体现在其广泛的应用和对科学技术发展的促进作用。它提供了一种系统化的方法,帮助人们理解复杂问题并做出合理决策。随着计算能力的提升和算法的发展,数学建模的应用潜力将不断扩大,为各个领域的创新和进步提供坚实的基础。

1.3 常见数学建模方法

数学建模方法是将现实问题抽象为数学模型并求解的过程,常见的方法主要包括以下几种:

(1) 统计建模方法, (2) 优化建模方法, (3) 微分方程建模方法, (4) 离散建模方法, (5) 博弈论建模方法 (6) 神经网络建模方法。不同的数学建模方法有其适用范围和特点,选择合适的方法是成功建模的关键。每种方法在应用过程中都需结合具体问题进行调整,以达到最佳效果。

2 MATLAB 基础与功能

2.1 MATLAB简介及其主要特点

MATLAB是一种用于数值计算和数据可视化的高级编程语言和交互环境。MATLAB的主要特点之一是其强大的数值计算能力。它提供了丰富的内置函数库,涵盖线性代数、统计分析、傅里叶变换、优化、数值积分和

微分方程求解等各个方面。这些函数经过高度优化,可以高效地处理大规模数据和复杂计算任务。MATLAB以其强大的数值计算和可视化功能、简洁易用的编程环境以及丰富的专业工具箱,成为数学建模和科学计算领域的首选工具。

2.2 MATLAB在科学计算中的核心功能

MATLAB是科学计算领域的强大工具,其核心功能涵盖了多方面的计算需求。MATLAB提供了丰富的数值计算能力,支持各种数值方法的实现。矩阵运算是MATLAB的核心优势之一,其内置的矩阵处理能力使得用户可以高效地进行矩阵的加减乘除、转置、求逆等操作。这些操作在许多科学计算和工程应用中至关重要。

3 MATLAB 在数学建模中的具体应用

3.1 数据处理与可视化

在数学建模中,数据处理与可视化是关键的组成部分,而MATLAB在这方面提供了强大的支持。MATLAB提供了多种内置函数^[3]和工具箱,可以帮助研究人员对大量数据进行高效的处理和分析。数据的可视化是数学建模中另一个重要环节。MATLAB提供了一系列强大的绘图函数^[2],可以生成高质量的图形以直观地展示数据特征和分析结果。通过plot、scatter、bar等基础函数,可以创建二维图形,而surf、mesh等函数则用于生成三维图形。MATLAB在数据处理与可视化中的应用使得研究人员能够高效地处理复杂的数据集并以图形方式揭示数据的内在模式和趋势,为数学建模的其他阶段打下坚实的基础。

3.2 优化问题求解

优化问题是数学建模中的重要内容,涉及在给定约束条件下寻找目标函数的最优解。MATLAB提供了多种优化工具箱和函数,可以处理线性规划、非线性规划、整数规划、多目标优化等多种优化问题。

线性规划^[4]是优化问题中最基础的一类,目标函数和约束条件均为线性形式。MATLAB中的linprog函数能够

高效地求解线性规划问题。假设某生产企业需要在最大化利润的基础上决定生产产品A和产品B的生产量,设产品A的单位利润为5元,产品B的单位利润为3元,每生产一单位产品A需要使用2个单位的原材料,每生产一单位产品B需要使用4个单位的原材料,而原材料的总量为100个单位。该问题可以表示为:

$$\begin{aligned} & [\text{Maximize } 5x_1 + 3x_2] \\ & [\text{Subject to } 2x_1 + 4x_2 \leq 100] \\ & [x_1, x_2 \geq 0] \end{aligned}$$

使用MATLAB求解该问题的代码如下:

```
f = [-5; -3]; A = [2, 4]; b = [100]; lb = [0; 0];
[x, fval] = linprog(f, A, b, [], [], lb, []);
disp('Optimal production of product A:');
disp(x(1));
disp('Optimal production of product B:');
disp(x(2));
disp('Maximized profit:');
disp(-fval);
```

非线性规划问题中,目标函数或约束条件中任意一个为非线性形式^[5]。MATLAB的fmincon函数可以解决这类问题。若目标函数变为:

```
[ \text{Maximize } 5x_1^2 + 3x_2^2 ]
则可以使用以下代码求解:
fun = @(x) - (5*x(1)^2 + 3*x(2)^2);
x0 = [0, 0]; A = [2, 4]; b = [100]; lb = [0, 0];
[x, fval] = fmincon(fun, x0, A, b, [], [], lb, []);
disp('Optimal production of product A:');
disp(x(1));
disp('Optimal production of product B:');
disp(x(2));
disp('Maximized profit:');
disp(-fval);
```

整数规划问题要求解的变量为整数。MATLAB中的intlinprog函数可以解决整数规划问题。例如,若某物流公司需要在最小化运输成本的基础上确定货物的运输量,设某产品的运输费用为10元/单位,运输量必须为整数,问题可以表示为:

```
[ \text{Minimize } 10x_1 ]
[ \text{Subject to } x_1 \in \mathbb{Z} ]
使用MATLAB求解该问题的代码如下:
f = [10];
intcon = 1;
lb = [0];
```

```
[x, fval] = intlinprog(f, intcon, [], [], [], lb, []);
disp('Optimal transportation volume:');
disp(x);
disp('Minimized cost:');
disp(fval);
```

多目标优化问题需要同时优化多个目标函数,常见的处理方法包括加权和法、Pareto优化等。MATLAB提供了强大的优化工具和函数,能够高效解决各种复杂的优化问题,为科研工作者和工程技术人员提供了便利。通过具体实例展示了MATLAB在优化问题求解中的强大功能和灵活应用。

3.3 微分方程建模与求解

在数学建模中,微分方程是描述动态系统^[6]的重要工具。微分方程建模涉及将实际问题转换为数学形式,再通过求解这些方程来预测系统的行为。例如,在生物学中,人口增长可以用微分方程描述;在物理学中,运动方程可以用微分方程表示。

MATLAB提供了多种函数用于求解不同类型的微分方程。对于常微分方程(ODE),MATLAB的ode45、ode23、ode113等函数能够高效求解。以经典的简单谐振子为例,其运动方程为:

$$[\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0]$$

我们可以将其转换为一阶微分方程组:

$$\begin{aligned} [\frac{dx}{dt} &= v] \\ [\frac{dv}{dt} &= -\omega^2 x] \end{aligned}$$

在MATLAB中,通过编写一个函数定义上述微分方程,并使用ode45进行求解:

```
function dxdt = simple_harmonic(t, x, omega)
dxdt = [x(2); -omega^2 * x(1)];
end
omega = 1.0;
[t, x] = ode45(@(t, x) simple_harmonic(t, x, omega), [0 10], [1 0]);
plot(t, x(:,1));
xlabel('Time t');
ylabel('Displacement x');
title('Simple Harmonic Oscillator');
```

该代码定义了简单谐振子的微分方程,使用ode45从初始条件 $[x(0) = 1, v(0) = 0]$ 进行数值求解,并绘制了位移随时间变化的图像。

对于偏微分方程(PDE),MATLAB提供了pdepe函数。以热传导方程为例:

$$[\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}]$$

$\{\partial^2 x\}$]

我们可以通过定义初始条件和边界条件,使用pdepe进行求解:

```
function [c, f, s] = heatpde(x, t, u, DuDx, alpha)
c = 1;
f = alpha * DuDx;
s = 0;
end
m = 0;
alpha = 0.01;
x = linspace(0, 1, 20);
t = linspace(0, 2, 10);
sol = pdepe(m, @(x, t, u, DuDx) heatpde(x, t, u, DuDx,
alpha), @icfun, @bcfun, x, t);
function u0 = icfun(x)
u0 = sin(pi*x);
end
function [pl, ql, pr, qr] = bcfun(xl, ul, xr, ur, t)
pl = 0;ql = 1;pr = 0;qr = 1;
end
surf(x, t, sol);
xlabel('Distance x');
ylabel('Time t');
zlabel('Temperature u');
title('Heat Conduction');
```

该代码通过定义初始条件和边界条件^[7],使用pdepe求解热传导方程,并绘制了温度随时间和空间变化的三维图像^[8]。这些展示了MATLAB在微分方程建模与求解中的强大功能。通过使用MATLAB,研究人员可以方便地构建数学模型,进行数值模拟,并从中获得重要的科学和工程见解。

4 结束语

MATLAB在数学建模中的应用具有重要的意义,它提供了丰富的内置函数和工具箱,可以简化复杂的数学运算和模型构建过程,从而大大提高建模效率。MATLAB的强大功能鼓励研究人员探索更复杂的模型和算法,推动数学建模领域的创新和发展。

参考文献

- [1]牛涛,邵伟伟.基于MATLAB遗传算法的正铲液压挖掘机运动学建模与仿真 附视频[J].齐齐哈尔大学学报(自然科学版),2025,(02).DOI:10.20171/j.cnki.23-1419/n.2025.02.004.
- [2]孙振雨.基于MATLAB的水田搅浆刀运动仿真分析 附视频[J].农机使用与维修,2025.DOI:10.14031/j.cnki.njwx.2025.03.002.
- [3]李长洲,陈兴,李超,高仕宁,王长乐,曾志豪.基于PREEvision和MATLAB开发AUTOSAR软件组件方法及实践 附视频[J].汽车文摘,2023.DOI:10.19822/j.cnki.1671-6329.20240177.
- [4]郭明磊,韩易霖,葛念博.基于MATLAB交互式绘图傅氏频谱分析 附视频[J].兴义民族师范学院学报,2022.
- [5]卢贺成,吴娜,孙永亮,郑圣兰,马俊.基于MATLAB程序的传染病信息报告和管理研究 附视频[J].安徽预防医学杂志,2025,(01).DOI:10.19837/j.cnki.ahyf.2025.01.011.
- [6]张正宜.基于Matlab模型的高校网络安全探究 附视频[J].山西电子技术,2025.
- [7]郭中华,侯培琦,杨梅花.基于Java和Matlab的在线光学衍射演示系统设计与实现 附视频[J].甘肃高师学报,2025,(01).
- [8]李炜.MATLAB环境下控制系统仿真设计与实现 附视频[J].微处理机,2025,(01).