# 长航时高精度惯导系统的垂线偏差补偿算法

## 秦 岭\*

#### 航空工业第一飞机设计研究院 陕西 西安 710089

摘 要:本文通过分析常用重力场模型,在理想模型基础上,通过分层插值方法实时估算垂线偏差数据,该算法相比高阶球谐重力场模型计算而言,其实时性和数据存储复杂度都有很大优势,从仿真结果亦可得出其计算精度几乎没有损失,说明该算法的有效性在工程中具有较好的借鉴作用。

关键词: 重力场; 垂线偏差; 直接线性差值; 最小二乘法

**DOI**: https://doi.org/10.37155/2717-5197-0308-6

#### 引言

由于地球质量分布不均匀、形状不规则及地壳运动等原因,实际的重力加速度与采用旋转椭球体模型计算所得的正常重力加速度在大小和方向上都有一定的偏差,在重力方向上的偏差即为垂线偏差<sup>[1]</sup>。相对于长航时高精度惯导系统,在利用正常重力模型进行重力补偿时,垂线偏差将引入导航误差,为了实现垂线偏差的补偿,首先要测得一定数量的重力扰动信息。俄亥俄大学的Kwon<sup>[2]</sup>利用直接线性差值和最小二乘法对垂线偏差进行了估计,但主要以二维导航为研究对象没有考虑高度的影响。Dorota A<sup>[3]</sup>等人利用零速修正进行了垂线偏差补偿,但由于零速修正只能用于地面,对于航空导航还无法应用。本文基于理想模型,利用分层插值法估计垂线偏差,该算法存储量小,垂线偏差补偿精度高,适用于实际操作系统。

#### 1 重力场模型

所谓地球重力场模型,是一个逼近地球质体外部引力位在无穷远处收敛到零值的调和函数<sup>[4]</sup>,建立重力场模型的常用方法包括以下几种:

## a. 球谐模型:

重力扰动的球谐模型是对地球重力扰动位进行球谐展开后在各个方向的一阶导数所得。在椭球体表面上的重力扰动位球谐函数展开式为:

$$T(r,\varphi,\lambda) = \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^{n} \sum_{m}^{n} \left(\overline{C}_{nm} \cos m\lambda + \overline{S}_{nm} \sin m\lambda\right) \overline{P}_{nm} \left(\sin \varphi\right) \tag{1}$$

式中,r、 $\varphi$ 、 $\lambda$ 分别为计算点处的地心向径、地心经度与地心纬度;GM分别是牛顿常数与地球总质量;n表示函数展开阶数; $\cos m\lambda \cdot \bar{P}_{nm}(\sin \varphi)$ 和 $\sin m\lambda \cdot \bar{P}_{nm}(\sin \varphi)$ 成为面球函数; $\bar{C}_{nm}$ 、 $\bar{S}_{nm}$ 为球谐函数展开的位系数; $\bar{P}_{nm}(\sin \varphi)$ 表示完全规范化缔合勒让德函数。利用式(1)在r、 $\theta$ 、 $\lambda$ 方向求一阶导数可求解重力扰动矢量,在东北天三个方向的投影可表示为:

$$\Delta g_{E} = \frac{1}{r \cos \varphi} \cdot \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{N} \left(\frac{a}{r}\right)^{n} \sum_{m}^{n} m \left(-\overline{C}_{nm} \sin m\lambda + \overline{S}_{nm} \cos m\lambda\right) \overline{P}_{nm} \left(\sin \varphi\right)$$

$$\Delta g_{N} = \frac{1}{r} \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{N} \left(\frac{a}{r}\right)^{n} \sum_{m}^{n} \left(\overline{C}_{nm} \cos m\lambda + \overline{S}_{nm} \sin m\lambda\right) \frac{d\overline{P}_{nm} \left(\sin \varphi\right)}{d\varphi}$$

$$\Delta g_{U} = \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{N} \left(\frac{a}{r}\right)^{n} (n-1) \sum_{m}^{n} \left(\overline{C}_{nm} \cos m\lambda + \overline{S}_{nm} \sin m\lambda\right) \overline{P}_{nm} \left(\sin \varphi\right)$$

$$(2)$$

球谐函数模型是使用比较普遍的重力场模型,它能够求解出全球任意地点的重力矢量。但球谐模型在解算位系数时需要综合地面实测地理数据等,往往由于数据缺少导致精度不高,模型在国内应用时精度不尽人意。

<sup>\*</sup>通讯作者:秦岭,男,汉族,1980年4月,重庆,航空工业第一飞机设计研究院工程师,硕士,研究方向: 航电系统集成。

#### b. 点质量模型:

对于给定区域重力可以假想为由该区域所有分层排列、均匀分布的点质量的万有引力之和,那么该片区域中任意位置的重力扰动,则可以根据事先求得的各个点质量大小、以及载体与各个点质量之间的相对位置,依据万有引力公式计算出来,这种重力场模型即为点质量模型[5]可表示为:

$$\delta g = -\sum_{i=1}^{J} \left( \frac{GM}{r_i^3} \right) \left( \frac{m_j}{M} \right) \vec{r}_j \tag{3}$$

式中 $\delta g$ 表示由点质量形成的重力扰动, $\vec{r}_i$ 表示在地球坐标系下第j各点质量运动到运载体的距离矢量, $m_i$ 是第j个点质量的质量,j表示点质量的个数。

在实际应用中,如果只利用垂线偏差数据对惯导进行补偿,通常利用已知的地面实测数据,通过推导与估计来求得未知点的垂线偏差数据。国外民航飞机在航道固定高度对垂线偏差进行插值,从而求得实时数据,但是,对于不同作战任务的飞机,高度变化很大,而不同的高度,垂线偏差数据变化也较为明显,如图1所示:

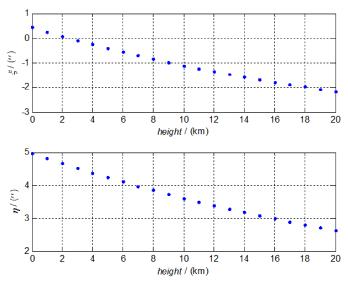


图1 导航初始点垂线偏差值随高度的变化

通过图可以发现,随着高度的变化垂线偏差分量会有不同程度的变化,变化大小约为1"/10000m,因此在进行重力插值计算时需要考虑高度信息。

## 2 多层插值方法

本文介绍的垂线偏差(Deflection of Vertical: DOV)多层插值算法主要包括以下几部分:

#### a. 分层垂线偏差网格数据:

根据实际数据建立DOV在不同高度层面的数据集,以保证导航任务过程中,载体始终处于网格数据内。由于缺少 真实垂线偏差数据,本文以EGM96模型为基准,求得局部垂线偏差网格数据,然后生成分层垂线偏差网格数据。

## b. 搜索当前位置:

在实时导航中,需要根据惯性导航系统给出的准确当前位置同时存储前一时刻的位置信息,这样有利于搜索和定位相应网格数据,能够更加快速搜索下一个点的位置,有利于算法的实时性。

#### c 插值.

根据导航给出的位置,先利用单层的垂线偏差网格数据进行二维水平差值,然后再根据不同高度的分层数据进行高度方向的差值。插值方法可以采用简单的线性插值或B样条插值等复杂插值算法。

# 3 仿真分析

为了验证算法的可行性,设计了如图2所示的飞行轨迹,垂线偏差基准网格利用EGM96模型在每个节点处计算得

到,初始点位置 [34.23°108.33°1000m],飞行初始航向角设为45°,飞行高度最高达到了13000m左右,纬度跨度达到了5°,经度跨度也达到了4°。

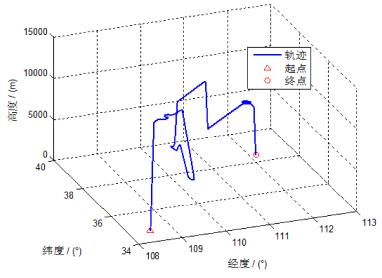


图2 导航飞行轨迹

下面进行重力分层数据计算,分辨率为3'×3',高度间隔为10km,分别为h=0,10km,20km三层,计算结果如图3所示:

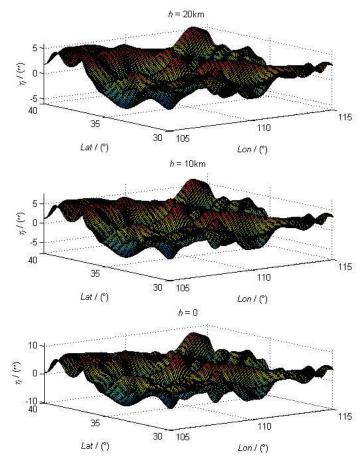


图3 利用模型计算得到的高度为0、10km和20km的DOV网格数据

利用EGM96模型计算得到的垂线偏差值参照图4,图5为采用多层重力数据进行插值得到的垂线偏差误差:

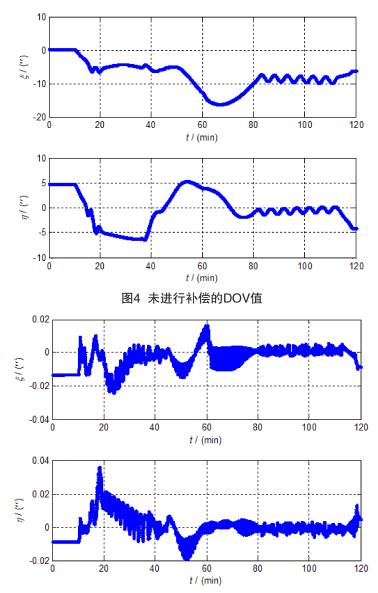


图5 利用多层插值补偿后的DOV值

可以看出,如果不对重力计算值进行倾斜补偿,垂线偏差值可以达到5"量级,进行多层垂线偏差补偿后,误差仅为0.02",此时影响重力补偿精度主要因素仅取决于事先计算得到的重力层数据的精确度,重力建模误差的影响几乎可以忽略不计。

## 4 总结

本文通过建立多层垂线偏差网格数据,进行插值实时解算,这种算法计算量相比高阶球谐重力场模型计算来说, 从实时性和数据存储空间来说都有很大的优势,且其计算精度几乎没有损失,说明算法的有效性,在工程中对垂线偏 差算法设计具有较好的借鉴作用。

#### 参考文献:

[1] Jekeli C. Inertial Navigation Systems with Geodetic Application[M]. Berlin:deGruyter,2001

[2]Kwon, J.H. Gravity Compensation Methods for Precision INS[C]. Department of Civil and Environmental Engineering and Geodetic Science. Columbus, Ohio, 2004.6.8.

[3] Grejner-Brzeinska, D.A, Yi, Toth,C. Enhanced Gravity Compensation for Improved Inertial Navigation Accuracy[C]. Department of Civil and Environment Engineering and Geodetic Science. Ohil, 2003.9.13.

[4]宁津生.地球重力场模型及其应用[J].冶金测绘,1994.3(2):1-8.

[5]卢鑫.长航时高精度惯性导航系统重力补偿研究[D].国防科学技术大学,2010.11.