

初中数学中动点问题的解题策略

李尚鹏

临西县第六中学 河北 邢台 054900

摘要：动点问题是初中数学的重点与难点，其综合性强、思维要求高，常涉及几何图形、函数关系等知识的综合运用，并考验学生的逻辑推理、空间想象和数学建模能力。此类问题通过动态变化的点或图形构建变量间的函数关系，要求学生在复杂条件中捕捉关键信息，建立数学模型并求解。但问题是，动点问题的抽象性和综合性常使学生感到困惑，解题时容易出现思路混乱、方法选择不当等问题。基于此，本文旨在探讨初中数学中动点问题的解题策略，通过分析动点问题的类型和特点，提出针对性的解题方法和教学建议。

关键词：初中数学；动点问题；解题策略

引言：动点问题是初中数学中融合代数与几何的典型题型，其动态特性要求学生通过变量分析、模型构建解决复杂问题。此类问题不单单考查学生对几何图形性质、函数关系的理解，更对其逻辑推理、空间想象及数学建模能力提出较高要求。然而，由于动点问题条件隐蔽性强、变化路径灵活，学生在解题时常陷入“无从下手”或“方法混乱”的困境，教师教学中也普遍面临“重结果轻过程”“就题论题”的瓶颈。现有研究多聚焦于单一题型的解法剖析，缺乏对解题策略的系统梳理与教学实践的有效衔接。所以，针对初中数学中动点问题的解题策略进行深入研究探讨是非常有价值的。

1 动点问题的类型及特点

1.1 动点问题的类型

动点问题在初中数学中具有多种类型，常见的包括数轴动点问题、几何图形中的动点问题等。数轴动点问题通常涉及点在数轴上的运动，如一个点以一定的速度在数轴上向左或向右移动，要求计算该点在运动过程中的位置、与其他点的距离等。这类问题主要考查学生对数轴的理解以及运用代数方法解决几何问题的能力。

几何图形中的动点问题则更为复杂，包括正方形、菱形、平行四边形、矩形等特殊四边形中的动点问题。如，在正方形ABCD中，点E、F、G、H分别在四条边上运动，且满足一定的条件，如 $AE=BF=CG=DH$ ，需要证明相关图形的性质或求解某些量。这类问题要求学生掌握几何图形的性质的同时，还需能够根据动点的运动情况建立数学模型，运用代数和几何知识进行求解。

1.2 动点问题的特点

动点问题具有很强的综合性，它涵盖了二次函数、三角形、直角坐标系等诸多知识点^[1]。在解决动点问题时，学生不仅需要具备扎实的数学知识基础，还需要具

有一定的数学思维，如逻辑思维能力、知识应用能力和信息处理能力。动点问题的条件往往较多且复杂，学生需要从众多的条件中提取关键信息，理解动点的运动规律和变量之间的关系。

2 动点问题解题的一般步骤

2.1 仔细审题，明确动点运动的条件

审题是解决动点问题的第一步，也是至关重要的一步。学生需认真阅读题目，理解动点的运动规律、速度、方向以及限制区域等信息。如，题目中可能会说明动点是以恒定的速度运动，还是变速运动；是沿着直线运动，还是沿着曲线运动；是否有运动的起始点和终止点等。只有明确了这些条件，才能为后续的解题奠定基础。

2.2 画出示意图，帮助理解题意

画出示意图可帮助学生更直观地理解题意，将抽象的文字描述转化为具体的图形。在画图时，学生应根据题目中的描述，准确地画出几何图形和动点的初始位置、运动轨迹等。同时，在图上标注已知量和未知量，如线段的长度、角度的大小等。通过画图，学生可更清晰地看到动点在运动过程中的位置变化，以及与其他图形元素之间的关系，从而有助于发现解题的思路。

2.3 寻找动点运动过程中的不变量

在动点运动的过程中，往往存在一些不变量，如距离、角度、面积等。学生需要善于发现这些不变量，并利用它们建立方程或函数关系。如，在正方形中的动点问题中，正方形的边长是一个不变量，学生可利用边长与动点运动距离之间的关系来建立方程。

2.4 建立数学模型，如方程、不等式、函数关系等

根据题目要求和动点运动的特点，学生需要建立相应的数学模型^[2]。如果题目涉及到距离、面积等的计算，可能需要建立方程或不等式；如果动点的运动与时间有

关,且存在某种函数关系,如一次函数、二次函数等,那么可以建立函数模型。

2.5 灵活运用几何定理和性质

在解决动点问题时,几何定理和性质是重要的工具。学生需要熟练掌握勾股定理、相似三角形、全等三角形等定理,以及圆的性质等,并能够灵活运用它们来解决问题。

2.6 检验答案,确保答案的正确性

求得答案后,学生需要进行检验,以确保答案符合题目的所有条件。检验的方法可以是将答案代入原题中进行验证,看是否满足题目中的各种关系和限制条件。如果答案不满足题目要求,那么需要重新审视解题过程,认真检查是否存在错误或遗漏。

3 动点问题的核心解题策略

3.1 轨迹意识

轨迹意识是解决动点问题的关键策略之一。学生需分析动点的运动路径,判断其轨迹是直线、圆、抛物线等。如,在数轴动点问题中,动点的轨迹通常是一条直线;在涉及圆的动点问题中,动点的轨迹可能是一个圆或一段圆弧。通过确定动点的轨迹,学生可将动态问题转化为静态问题,从而简化解题过程。

3.2 函数建模

函数建模是将几何量转化为函数表达式,利用函数的性质来求解动点问题的重要方法。在动点问题中,动点的位置通常可以用变量(如 x 、 y)来表示,这些变量之间存在一定的函数关系^[3]。如,动点在直角坐标系中运动,其横坐标和纵坐标可能随着时间的变化而变化,学生可以建立横坐标或纵坐标关于时间的函数表达式。然后,利用函数的最值、单调性等性质来求解问题,如求动点在运动过程中的最远距离、最近距离等。

3.3 对称与转化

通过对称性可以简化动点问题。如,在菱形中的动点问题中,菱形具有对称轴,学生可以利用对称轴的性质将问题进行转化。如果动点关于对称轴对称,那么可以利用对称点的性质来建立等式或不等式,从而简化解题过程。

3.4 分类讨论

当动点问题中存在多种可能性时,需要进行分类讨论。如,当动点到达线段或图形的边界时,可能需重点考虑动点继续移动或停止移动的情况;或者根据动点的位置,将问题分为不同的情况进行讨论。在分类讨论时,学生需要明确分类的标准,确保分类不重不漏。同时,要对每一种情况进行详细的讨论和分析,最后综

合归纳得出结论。

3.5 化动为静,化繁为简

在处理动点问题时,将动点在某一时刻的位置视为静止状态,从而将动点问题转化为静态的几何问题,是一种常用的解题策略。如,在求动点在运动过程中形成的图形的面积时,可以先固定动点的位置,计算出此时图形的面积,然后再考虑动点运动过程中面积的变化情况。通过化动为静,学生可更清晰地分析问题,找到解题的关键。

4 动点问题解题策略的教学建议

4.1 注重对学生思维能力的培养

在初中数学动点问题的教学过程中,思维能力的培养是核心任务,它直接影响学生对复杂问题的理解与解决能力。教师在教学时,不能仅仅局限于讲解具体题目,简单地告知学生答案和解题步骤,而应深入剖析问题的本质,引导学生逐步分解问题,理解每个步骤背后的逻辑和原理,从而归纳出通用的解题方法。

如,在讲解“在直角三角形 ABC 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$,点 P 从点 A 出发,沿 AB 方向以每秒1个单位长度的速度向点 B 运动,当 t 为何值时, $\triangle PBC$ 为等腰三角形”这一问题时,教师首先要引导学生仔细分析动点 P 的运动条件,明确已知量如三角形的边长、点 P 的运动速度和方向等。接着,让学生思考如何利用这些条件建立数学模型,这里就涉及到对等腰三角形性质的运用。教师可以提问学生:“等腰三角形有什么特点?在这个问题中,哪些边可能相等?”引导学生从等腰三角形两腰相等的性质出发,进行分类讨论。

在分类讨论过程中,教师要着重培养学生的分类讨论思维。对于“根据什么分类”,教师要引导学生从等腰三角形边的关系入手,明确可以按照 $PB = PC$ 、 $PB = BC$ 、 $PC = BC$ 这三种情况进行分类;对于“分类标准是否明确”,教师要帮助学生梳理每种情况的判断依据,确保学生清楚在不同情况下如何利用已知条件进行求解;对于“还有没有更好的分类方法”,教师可以组织学生进行小组讨论,鼓励学生发表不同的见解,拓宽学生的思维视野。

4.2 注重学生阅读能力的培养

数学阅读能力是学生解决动点问题的重要基础。在传统的数学教学中,教师往往以讲解为主,学生自主阅读数学材料的时间较少,这导致部分学生面对较长篇幅、文字较多的动点问题时,容易产生畏难情绪,甚至出现看到文字就头晕、害怕做题的现象。因此,在动点问题的教学中,加强学生数学阅读能力的培养刻不容缓。

教师应在日常教学中合理安排数学阅读的教学环节。在讲解动点问题前,可以先让学生自主阅读题目,给予学生充足的时间去理解题目中的条件和要求。在学生阅读过程中,教师可以引导学生标记出关键信息,如动点的起始位置、运动方向、速度、涉及的图形及相关条件等。阅读完毕后,让学生用自己的语言复述题意,通过这种方式检验学生对题目的理解程度,同时也能帮助学生进一步梳理思路,加深对题目的理解。

此外,加强数学阅读教学还有助于培养学生的自主学习能力。教师可以鼓励学生在课后自主阅读数学资料,如数学科普书籍、数学解题技巧类文章等,拓宽学生的知识面,让学生接触到更多类型的动点问题和解题思路。运用长期的阅读积累,学生不只是能够提高对数学语言的理解能力,还能逐渐培养出独立思考和解决问题的能力,为解决复杂的动点问题奠定坚实的基础。

4.3 注重运用计算机辅助教学

动点问题具有较强的抽象性,学生在解题过程中,往往难以在脑海中清晰地想象出动点的运动轨迹和图形的变化过程。而计算机辅助教学能够很好地弥补这一不足,通过生动形象的动画演示、直观的图形展示,将抽象的动点问题转化为具体、直观的视觉形象,帮助学生更好地理解题意。

如,在讲解“正方形ABCD中,点P从点A出发,沿正方形的边依次运动,连接PD,求 $\triangle PAD$ 的面积随点P运动的变化情况”这一问题时,教师可利用几何画板等软件制作动画,演示点P在正方形边上的运动过程^[4]。在动画演示中,学生可清晰地看到随着点P的移动, $\triangle PAD$ 的形状和面积是如何变化的,以及点P的位置与 $\triangle PAD$ 的底和高之间的关系。这种直观的展示方式,能够提高学生的学习兴趣的同时,还能最大程度上吸引学生的注意力,进而增强学生对动点问题的感性认识,让学生更易于理解问题的本质,从而有助于学生更好地掌握解题方法。

此外,计算机辅助教学还可以实现动态的交互功能。教师可让学生自己操作软件,改变动点的运动参数,如速度、起始位置等,观察图形的变化,进一步引导学生主动探索动点问题中的规律和数学关系。这种互动式的学习方式的应用,能够充分调动学生的学习积极

性和主动性,培养学生的创新思维 and 实践能力。

4.4 加强练习与总结

解决动点问题需要学生通过大量的练习来积累经验,提高解题能力。为此,教师要严格根据教学内容和学生的实际情况,精心挑选和设计丰富多样的动点问题练习题,涵盖不同类型、不同难度层次的题目,让学生在练习过程中熟悉各种动点问题的题型和解题思路。

练习过程中,教师尤其要注重引导学生分析题目特点,选择合适的解题方法。对于一些典型的动点问题,教师可进行一题多解的训练,让学生从不同的角度思考问题,拓宽学生的解题思路。

并且,教师要引导学生对做过的题目进行系统的总结。可以让学生建立错题本,将自己做错的动点问题进行整理,详细分析错误原因,如概念理解不清、解题思路错误、计算失误等。在分析错误原因的基础上,总结正确的解题方法和技巧,并记录相关的知识点和注意事项。

结语:动点问题是初中数学中的重点和难点,对学生的数学知识和思维能力要求较高。通过本文的研究,我们总结了动点问题的类型和特点,提出了动点问题解题的一般步骤和核心策略,并给出了相应的教学建议。在解决动点问题时,学生需要仔细审题,画出示意图,寻找不变量,建立数学模型,灵活运用几何定理和性质,并检验答案。同时,学生要掌握轨迹意识、函数建模、对称与转化、分类讨论、化动为静等核心解题策略。教师在教学中要注重培养学生的思维能力、阅读能力和运用计算机辅助教学的能力,加强练习与总结,帮助学生更好地掌握动点问题的解题技巧,提高数学综合应用能力。

参考文献

- [1]陈银珠.初中数学动点问题的类型及解题策略[J].中学数学,2024(24):80-81,85.
- [2]陈福德.初中数学动点问题的解题策略[J].数理化解题研究,2023(14):2-4.
- [3]马贵忠.初中数学动点问题解题教学策略研究[J].数理天地(初中版),2023(13):12-13.
- [4]陈玲玲.初中数学教学中动点问题的解题策略[J].传奇故事,2023(31):45-47.