

# 基于最小二乘法的电缆早期故障电弧定位

邓川 刘扬 许超 赵强 江力

中国长江电力股份有限公司白鹤滩电厂 四川 凉山 651000

**摘要:** 为提升电网稳定性, 早期电缆故障点精确定位至关重要。本研究对此类问题提出解决方案——运用最小二乘法优化传统的早期故障电弧定位法。首先, 通过深度解析发生早期故障电弧时的电缆电压与电流波形特征, 实现此初步目的; 然后, 根据输入波形改进现有的最小二乘定位方法; 最后, 通过仿真搭建电缆系统, 在系统内部设置所搭建的电缆早期故障模型, 采集电缆首端电压电流数据, 代入算法中验证算法的准确性, 结果表明本文所提出的定位方法具有较高的准确性, 为电缆故障定位提供有效手段。

**关键词:** 电缆; 最小二乘法; 电弧定位; 对地电容

## 引言

电缆逐渐成为城市电力系统网架的重要组成部分<sup>[1]</sup>。据统计, 我国电力系统中当大部分停电事故是因为配网故障引起的, 而其中电缆故障导致配电网停电占所有故障的32%<sup>[2]</sup>。在电缆发生永久性故障前, 早期故障电弧会反复出现。从图1可以看出, 如果早期阶段的电缆故障, 电弧会沿着线芯→绝缘层(XLPE交联聚乙烯)→铜屏蔽层(地)产生。如果能够能够在电缆发生早期故障时, 在预防性检修时给予必要的修复, 将有效预防电缆故障引发的经济财产损失, 早期故障的定位具有重要的意义。

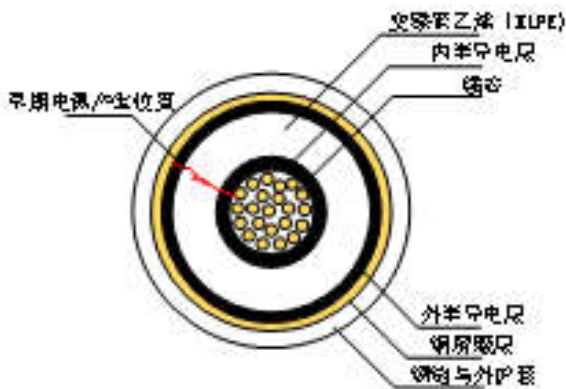


图1 早期故障电弧产生位置示意图

目前, 针对电缆的故障定位的主要方法有: 行波法、故障分析法、智能算法等方法。关于电缆早期故障电弧定位的创新方法在文献<sup>[3]</sup>中有详细阐述, 该法基于最小二乘法理论。但该方法在实现时忽略了电缆线路的对地电容, 本文针对运用最小二乘法的电缆故障初期定位技术进行了一些改善与优化。综上所述, 本研究优化了一套升级版电缆故障前期电弧精确定位策略, 考虑了电缆对地电容的影响, 利用最小二乘法求解方程实现电缆早期故障定位, 通过仿真试验验证了该方法能够准确快

速地定位电缆内部早期故障电弧地位置。

## 1 技术原理

### 1.1 电缆早期故障波形处理

在电网的日常运作中, 首段电压和电流数据可通过变电站内部署的电能质量在线监测设备或故障录波仪等工具进行实时采集, 如文献<sup>[4]</sup>所示, 其对地下电缆分配系统早期间歇性电弧故障的电压电流波形进行了详尽记录, 具体波形详见图2。

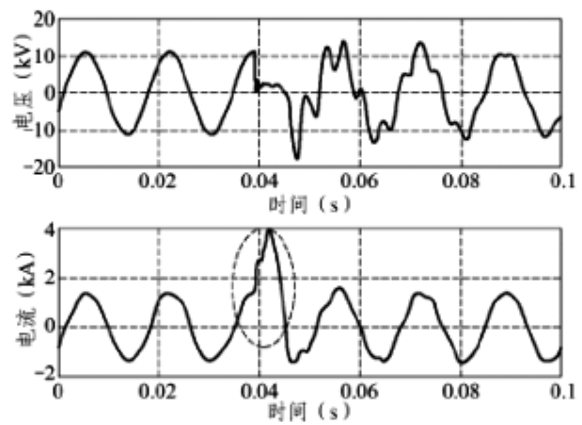


图2

根据电缆早期故障中的一种典型情况——稳定间断性电弧现象, 电压会突然降低并保持在某一特定值<sup>[3]</sup>。据此推测, 电缆初始故障时, 故障位置的电压波形可能表现为受噪声干扰的方形波形态。

$$V_{arc} = V_0 \cdot \text{sign}[i(t)] + \varphi(t) \quad (1)$$

在方程式(1)内, 电压数值 $V_{arc}$ 用以表示早先发生过的电路故障电弧, 而特性电压 $V_0$ 则是针对该电弧所特有的。符号函数 $\text{sign}[i(t)]$ 则用于指示电流的方向性, 即当电弧出现故障时, 其电压与电流流动方向保持一致。至于参数 $\varphi(t)$ , 它被视为一种假设性的噪声信号。

1.2 阻抗分析方法原理

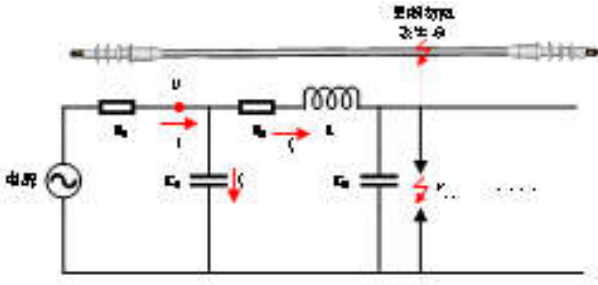


图3

运用PI型等效电路对电缆线路进行仿真可制得如图3所示的故障电弧早期状态下的等效电路图。根据首端电压与电流的关系式UI，便可建立故障回路的基尔霍夫电压定律(KVL)方程：

$$\begin{aligned}
 U &= U_R + U_L + U_{arc} \\
 &= Ri_1 + L \frac{di_1}{dt} + U_{arc} \\
 &= R(i - C \frac{dU}{dt}) + L \frac{d(i - C \frac{dU}{dt})}{dt} + U_{arc} \\
 &= Ri - RC \frac{dU}{dt} + L \frac{di}{dt} - LC \frac{d^2U}{dt^2} + U_{arc}
 \end{aligned} \tag{2}$$

1.3 矩阵方程的处理

依据方程(2)，我们能得到电缆初始故障阶段的基尔霍夫电压定律(KVL)方程。

$$U = Ri - RC \frac{dU}{dt} + L \frac{di}{dt} - LC \frac{d^2U}{dt^2} + U_{arc} \tag{3}$$

将(3)变换为常见的Ax = b形态，可得：

$$\begin{bmatrix} i, -\frac{dU}{dt}, \frac{di}{dt}, -\frac{d^2U}{dt^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ RC \\ L \\ LC \end{bmatrix} = U - U_{arc} \tag{4}$$

在构造超定方程(4)过程中，我们发现其中含有参数组合RC及LC，然而在实际编程操作中，此种设定可能引发秩亏现象，即方程组解存在多重性。为解决此问题，原方程(4)中的矩阵应根据新未知数设定进行相应调整：

$$\begin{bmatrix} i - C \frac{dU}{dt}, \frac{di}{dt}, -C \frac{d^2U}{dt^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ L \end{bmatrix} = U - U_{arc} \tag{5}$$

公式(5)是算法中需要求解的超定方程，由于所测的数据均为离散数据，因此对公式(5)中的一阶导数与二阶倒数需要按如下所示公式处理：

$$f'(x) = \frac{[f(x + \Delta x) - f(x)]}{\Delta x} \tag{6}$$

$$f''(x) = \frac{[f(x + \Delta x) - 2f(x) + f(x - \Delta x)]}{\Delta x^2} \tag{6}$$

通过上述方式对方程进行处理，便可以得到Ax = b形式的矩阵，利用1.4节所述地基于SVD分解的最小二乘法求解便可求得未知数的值。

1.4 早期故障电弧定位算法原理

算法流程图如图4所示。

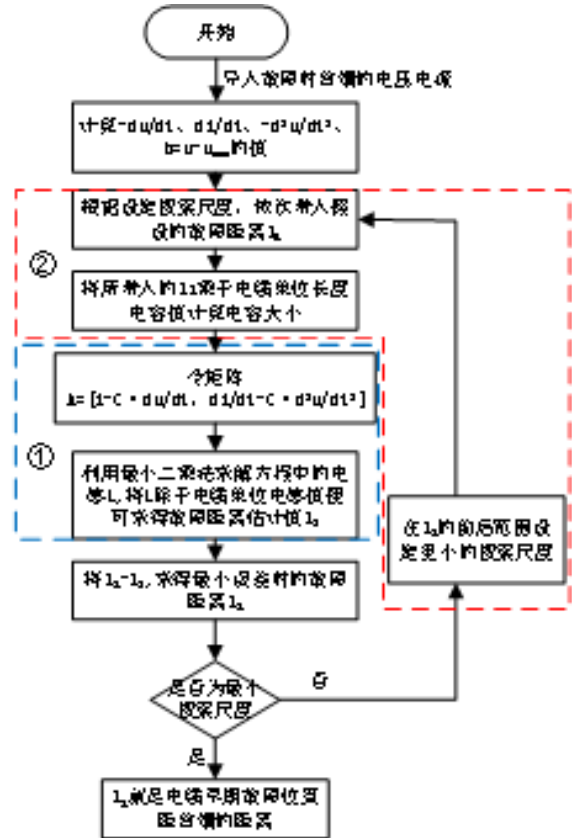


图4 定位算法流程图

1.4.1 基于最小二乘法求解超定方程的故障距离计算模块

模块①主要展示了程序如何运用最小二乘法解决超定方程并定位故障点。此法运用优化过的算法——最小二乘SVD分解技术，通过最小化误差的平方和，从而找出方程的最佳解。探讨一般形式的非均匀线性方程集合：

$Ax = b, A \in C^{m \times n}, b \in C^{m \times 1}, rank(A) = r, m > n, b \neq 0$  当方程多于未知量时(即  $m > n$ )，此类方程被称为超定方程组。由于方程数目大于未知量，故无常规解法。此时，需寻求最优近似解。求解过程中，运用了最小二乘法，旨在找出使误差平方和最小的解  $\min_x \|Ax - b\|_2^2$ 。当  $rank(A) = r = n < m$  时，超定方程组指的是未知数数量少于方程数的情况。在这种特定情境下，可以确定一个唯一的最小二乘解。本研究针对的正是这种类型的超定方程组，并采用了

奇异值分解 (SVD) 技术来求解其最小二乘解。

设A的SVD分解结果为： $A = U \begin{bmatrix} \Sigma \\ 0 \end{bmatrix} V^T$ ，在此设定  $U_n$  为矩阵U前n个列向量，那么  $U = [U_n, U_{m-n}]$ ，可将最小二乘法问题转换成：

$$\begin{aligned} \|Ax - b\|_2^2 &= \left\| U \begin{bmatrix} \Sigma \\ 0 \end{bmatrix} V^T x - b \right\|_2^2 \\ &= \left\| \begin{bmatrix} \Sigma \\ 0 \end{bmatrix} V^T x - [U_n, U_{m-n}]^T b \right\|_2^2 \\ &= \left\| \Sigma V^T x - U_n^T b - U_{m-n}^T b \right\|_2^2 \\ &= \left\| \Sigma V^T x - U_n^T b \right\|_2^2 + \left\| U_{m-n}^T b \right\|_2^2 \geq \left\| U_n^T b \right\|_2^2 \end{aligned}$$

当且仅当  $\Sigma V^T x - U_n^T b = 0$  时成立，因此  $x = (\Sigma V^T)^{-1} U_n^T b = V \Sigma^{-1} U_n^T b$  超定方程组最优解由最小二乘法获得。

1.4.2 变尺度寻找最优电容值模块

程序中模块②为变尺度寻找最优电容值模块。由于在目标方程的系数矩阵中引入了未知数C，因此在求解时要利用穷举的方法在C的取值范围内将C的假设值代入求解方程。变尺度搜索的方法能够加快穷举求解方程的速度，变尺度搜索策略的核心思想是通过动态调整搜索的粒度来定位故障点。

2 仿真验证

2.1 仿真平台搭建

为了验证该算法的可行性，利用基于电弧能量平衡理论并结合控制理论思想提出的Kilicay电弧模型，Kilicay电弧模型能够较为准确地模拟电缆内部发生早期故障电弧的特点，该模型准确性在文献<sup>[5]</sup>中得到了证明，并且被应用在了各种电弧故障分析案例中<sup>[6-7]</sup>，在PSCAD平台上，我们搭建了一个具有初始故障特性的电缆供电系统模型。具体参数<sup>[8]</sup>参见表格。

表1 仿真参数设置

名称	符号	参数值
系统电压	Vs	10kV
系统阻抗	Zs	0.512+j10.45Ω
负载	Z <sub>load</sub>	303.2+j404.1Ω
电缆单位电阻	R	0.0788mΩ/m
电缆单位电感	L	0.289uH/m
电缆单位电容	c	0.338nF/m
电弧特征电压	V	3kV
起弧点、熄弧点	t1、t2	5ms、10ms
电缆总长	L	5000m
与故障与首端的距离	L1	2323m

2.2 仿真结果

模拟实验结果 (如图5) 揭示，四分之一周期燃弧过

程中电压与电流波形数据对诊断故障具有关键意义。

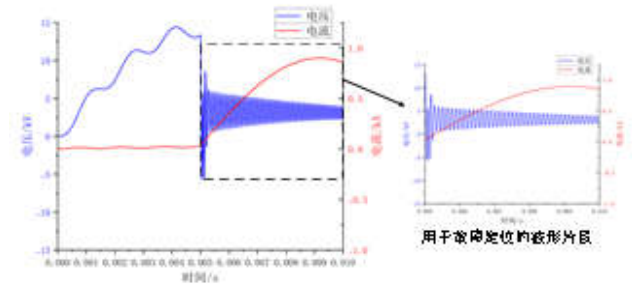


图5 仿真首端电压电流

通过将电缆起始电压电流仿真结果接入故障早期定位系统，得出如表二所示的检索步骤及精确的故障位置。

表2 定位程序搜索过程与定位结果

1000m尺度定位结果为2000m	500m尺度定位结果为2500m
100m尺度定位结果为2300m	10m尺度定位结果为2330m
1m尺度定位结果为2325m	

根据定位信息，对定位误差进行精确评估：定位误差 = (计算距离-真实距离)/电缆总长×100%，故前述定位案例所致误差如下(2325-2323)/5000×100% = 0.04%。

本文运用上述技术手段，深化研究并成功定位及解析各类故障距离。详细结果见表3。

表3 多种故障距离测距结果与误差分析

故障设置位置	定位位置	误差
175m	199m	0.48%
200m	217m	0.34%

续表:

故障设置位置	定位位置	误差
225m	237m	0.24%
3750m	3752	0.04%
4000m	4004	0.08%
4250m	4251	0.02%

如上表所示,说明本文中的新型电缆早期故障监测技术能够有效地对电缆早期故障稳点间断性电弧进行定位,而伴随故障点相对于地面高度的增加,定位的精确度相应提升。此项技术能向维修人员精确提供早期故障位置信息,从而极大地提升了电缆维护的作业效果。

### 3 结论

1) 本研究开创性地以最小二乘法为基础,针对电缆故障早期的电弧定位方法进行改进。新方法充分考虑了大地电容对定位精度的影响,进一步精炼阻抗方程的矩阵表示方式,进而利用奇异值分解(SVD)技术高效解决最小二乘问题。此外,我们还引入了动态调整尺度策略以寻找最优解,降低了算法运算负担,提高了执行效率。

2) 我们通过模拟试验采集电缆起端的电压和电流数据,并运用特定算法对所得数据进行深度剖析。通过将处理后的数据与实际情况进行比对,严谨验证了该算法在精确检测电缆早期故障电弧位置上的卓越性能。

### 参考文献

[1]喻尚,周凤星,张智恒.基于相敏检波的地下电缆故障

精确定位系统[J].仪表技术与传感器,2019(12):56-60+68.

[2]李莉.中国电线电缆行业发展报告[J].电器工业,2007(04):20-26.

[3]张妹.配电网弱故障接地保护与定位方法研究[D].西南交通大学,2018.

[4]SaurabhKulkarni, Surya Santoso and Thomas A, Short. Incipient fault location algorithm for underground cables[J]. IEEE Transaction on Smart Grid, 2014, 5(3): 1165-1174.

[5]Idarraga Ospina G,Cubillos D,Ibanez L.Analysis of arcing fault models [C]. IEEE/PES Transmission and Distribution Conference andExposition, LatinAmerica, 2008:1-5.

[6]EHA,et al.Modeling and experimental verification of Ikalashy NI,Lehtonen M,Darwish high impedance arcing fault in medium voltage networws [J].IEEE Transaction on Dielectrics and Electrical Insulation,2007,14(2):375-383.

[7]Michalik M,Rebizant W,Lukowics M,etal Highimpedance faultdetection in distribution networks with use of wavelet-based algorithm [J].IEEE Transactions on Power Delivery,2006,21(4):1793-1802.

[8]陈锦胜.配电线路使用PSCAD电缆模型建模[J].广东电力,2015,28(03):82-85.