

# 基于Arcpy的中小河流一维水面线计算方法探究

章翔 黄应格 宋丽

广西桂禹工程咨询有限公司 广西南宁 530023

**摘要:** 本次研究采用有限差分法 (LimitedDifferent) 显示格式求解。探究在ArcGIS中进行一维水面线计算的可能性。使用arcpy开发封装为ArcGIS脚本工具后,提高了因断面不足使用ArcGIS强行插值淹没面的插值精度,减少了因数据交互带来的麻烦,能实现一键生成洪水淹没面图层,具有操作性强、精度可控等特点。

**关键词:** 圣维南方程组; ArcGIS; 有限差分

## 前言

江河湖库是水资源、水生态、水环境的重要载体,中小河流洪水淹没图河流一维水面线成果主要使用Mike等水面线计算软件计算。此类方法通过水面线计算软件计算各个频率的设计洪水水面线,并生成洪水淹没范围的水面数据,以确定淹没区域,从计算水面线到得到洪水淹没范围并且在此基础上生成形成一套模型。这个方法的缺点是专业性要求高,要有一定的一维水动力建模基础知识<sup>[1]</sup>,此外在还需要结合ArcGIS软件进行数据处理。

王猛等通过利用ArcGIS在数字高程模型 (DEM) 中嵌入河道实测数据,利用Mike软件建立河道一维、平面二维模型,并将一二维模型进行耦合后计算河道洪水水面线和洪水淹没范围,使用ArcGIS生成淹没范围水面栅格,最终使用计算出的洪水水面栅格和研究区地面高程通过栅格计算得到淹没信息,并结合高分辨率卫星影像地图统计淹没对象<sup>[2]</sup>。叶志恒通过ArcGIS将实测河道嵌入研究区域数字高程模型 (DEM),以解决地形失真问题,同时利用Mike11计算出设计洪水水面线。基于设计洪水水面线数据,采用ArcGIS构建洪水水面栅格数据,最终使用水面栅格数据与研究区域地面高程通过栅格计算得到淹没范围和水深<sup>[3]</sup>。李纪人等提出了基于不规则格网数据和规则格网数字高程的淹没分析方法,针对已有的洪水水位和计算的虚拟的洪水体积计算洪水的淹没范围,证实了此方法的可行性<sup>[4]</sup>。越来越多的学者将Mike与ArcGIS相结合,计算出洪水的淹没范围。在此过程中,涉及Mike与ArcGIS这两款软件的交互,软件交互过程中常常发生数据交换迟缓导致数据交互不顺畅增加工作时长。本文试通过使用ArcGIS一维水面线计算,增加插值精度,找出减少软件交互的办法,以减少因软件交互而带来的麻烦。

## 1 研究区域概况

防城河发源于防城港市防城区扶隆乡十万大山崇兰

顶南麓,在防城港半岛入海,流经那勤、大菴、华石、附城以及港口区冲孔等乡镇,是防城港市防城区扶隆乡境内的一条主要河流,于防城港半岛入海。防城河干流全长88km,流域面积767km<sup>2</sup>,河床坡降1.86‰。

## 2 模型选择

河网水流状态的模拟在水动力汇流模型中依赖于圣维南方程 (SaintVernan) 的求解<sup>[5]</sup>。圣维南方程是一个双曲线型的非线性偏微分方程组,方程组主要由连续性方程  $\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q$  以及动量守恒方程

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial \left( \alpha \frac{Q^2}{A} \right)}{\partial x} + gA \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{gn^2 Q |Q|}{AR^{4/3}} = 0$$

形式如下:

$$\begin{cases} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial \left( \alpha \frac{Q^2}{A} \right)}{\partial x} + gA \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{gn^2 Q |Q|}{AR^{4/3}} = 0 \end{cases}$$

式中: x、t分别为计算空间和时间的坐标, A为过水断面面积, Q为过流流量, h为水位, q为旁侧入流流量, C为谢才系数, R为水力半径,  $\alpha$ 为动量校正系数, g为重力加速度。

## 3 计算方法

### 3.1 定解条件

圣维南方程组是有关s、t和其重属变量的z、Q的双曲线偏微分方程组,这类方程在数学上无精确的解析解,因此本次采用常数值解法对圣维南方程组求解。

数值解法是数学方程的重要解法,适用于难以求得解析解或解析解过于复杂的方程。通过数学方程求解方法近似数值法。它得到的是一系列数值点或近似解,而非具体的数学表达式。数值解法的主要特点在于其近似性和灵活性,能够处理复杂、非线性或难以用解析法求

解的问题。伍宁使用有限差分法(LimitedDifference)对山区性河流进行研究,运用圣维南方程组建立一维数学模型并结合实际水文数据进行分析和验证。根据与实测水位过程拟合的结果显示,使用有限差分法来求解圣维南方程组是可行的<sup>[6]</sup>。

有限差分法根据对时间差分方法的不同,有显式的,也有隐式的。显格式采用时间方向的正向差分,使计算时只需通过简单的代数运算,直接求得未知量,即可解出单一的离散方程;隐格式采用的是向后差分,联列方程组后由后向前进行求解。隐式格式计算需要进行庞大的数据计算,对硬件要求高,对本次研究的要求过高,而显式差分法计算速度快,计算量小,因此此次计算采用有限差分法的显示格式。

### 3.2数值计算

函数 $f(x)$ 的导数为函数的变化率在自变量的变化趋于零的极限,其差分形式记为:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (1)$$

当函数较小时,可近似认为函数 $f(x)$ 的导数等于差分分量,

记为:

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (2)$$

或:

$$f'(x) \approx \frac{f(x) - f(x-h)}{h} \quad (3)$$

其中,式(2)为一阶向前差分,式(3)为一阶向后差分,式(4)为一阶中心差分。

其二阶差分则可表示为

$$f''(x) \approx \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} \quad (5)$$

对于多元函数的偏导数可用类似的差分形式,例如:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f(x+h,y) - f(x,y)}{h} \approx \frac{f(x,y) - f(x-h,y)}{h} \quad (6)$$

$$\approx \frac{f(x+h,y) - f(x-h,y)}{2h}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} \approx \frac{f(x,y+l) - f(x,y)}{h} \approx \frac{f(x,y) - f(x,y-l)}{h} \quad (7)$$

$$\approx \frac{f(x,y+l) - f(x,y-l)}{2h}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \approx \frac{1}{4hl} [f(x+h,y+l) - f(x+h,y-l) + f(x-h,y-l) - f(x-h,y+l)] \quad (8)$$

以圣维南方程的扩散项 $\frac{\partial \mu}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} = 0$  ( $0 < x < l, t > 0$ )的解为例:

计网格节点为 $(x_i, t_k) = (i\Delta x, k\Delta t)$ 则 $u$ 在网格上的值为 $u(x_i, t_k)$ ,当 $\Delta x$ 和 $\Delta t$ 较小时,可用一阶向前差分进行代替 $u$ 关于 $t$ 的导数,用二阶差分代替二阶导数得出其离散形式的方程,记为:

$$\frac{u_i^{k+1} - u_i^k}{\Delta t} - a^2 \frac{u_{i+1}^k - 2u_i^k + u_{i-1}^k}{\Delta x^2} \quad (9)$$

由式(9)可得出 $u$ 的第 $k+1$ 项的值,记为:

$$u_i^{k+1} = u_i^k + a^2 \frac{\Delta t}{\Delta x^2} (u_{i+1}^k - 2u_i^k + u_{i-1}^k) \quad (10)$$

依照以上方法可得出连续性方程 $\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q$ 和动量守恒

方程 $\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial \left( \alpha \frac{Q^2}{A} \right)}{\partial x} + gA \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{gn^2 Q |Q|}{AR^{4/3}} = 0$ 的离散形式。

### 2.3 代码实现

代码的实现基于ArcGIS自带的arcpy包以及numpy、matplotlib等第三方库,主要码如下:

```
for n in range(nt):
    hn = h.copy()
    un = u.copy()
    # 更新水深(连续方程)
    h_flux = (hn[:-1] * un[:-1] - hn[1:] * un[1:]) / dt
    h[1:-1] -= (dt / dx) * (h_flux[1:] - h_flux[:-1])
    # 更新速度(动量方程)
    u_flux = (hn[:-1] * un[:-1]**2 - hn[1:] * un[1:]**2) / dt
    grad_h = (hn[1:] - hn[:-1]) / dx
    # 计算速度的扩散项(二阶导数)
    diff_u = nu_t * (un[2:] - 2 * un[1:-1] + un[:-2]) / dx**2
    diff_u[0] = 0 # 左边界的扩散项设为0
    diff_u[-1] = 0 # 右边界的扩散项设为0
    un[1:-1] = (dt / dx) * (u_flux[1:-1] - u_flux[:-1]) - dt * g * grad_h[1:-1] + dt * diff_u[1:-1] # 根据动量方程更新速度
    # 边界条件处理
    h[0] = h[1]
    h[-1] = h[-2]
    u[0] = 0
    u[-1] = 0
```

代码完成后导入ArcGIS工具中进行封装以便在后续研究中重复使用。封装后可在“我的工具箱”中进行调用。

### 4 计算结果以及分析

计算数据来源主要包括:河道断面、已知条件的初始处理、计算时段 $\Delta t$ 及河道平均糙率初值的选取。

一是以已确定的分布值假定河道粗糙率；假定水的密度为常量；假定仿真河段在没有人影响河段活动大小的情况下，不考虑河床冲刷变化的大小；假定河道水面无横比降；假定非恒定流的摩阻公式可以借用恒定流的摩阻公式；假定动水压力满足静水压力分布。河道断面采用研究区DEM进行等距离分割，已知条件采用水文计算完毕的水文成果， $\Delta t$ 采用1秒进行计算，此次计算 $\Delta t$ 为固定值，河道平均糙率对扩散项影响较大，暂定为0.035。

经过计算，得出以下结果，与ArcGIS直接插值出洪水淹没面相比，经过计算后得出的洪水面更为精确，与用Mike计算相比，本次研究的方法更简便，需要使用数据交互的次数更少，在计算简单一维水面线时，可以使用本方法简化计算步骤，减少数据交互带来的麻烦。

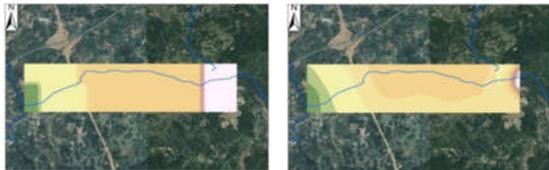


图4 ArcGIS普通插值（左）与经计算后插值（右）

### 5 结论与展望

本次探究试通过使用ArcGIS直接计算河流一维水面线，找出了减少软件交互的办法。使用有限差分显式

格式对圣维南方程求解并使用python进行编程后封装为ArcGIS脚本，提高了因断面不足使用ArcGIS强行插值淹没面的插值精度，减少了因数据交互带来的麻烦，且具有操作性强、精度可控等特点。本次探究尚未涉及二维数据计算因此在后续研究中，应转向二维计算以及一维数据计算的稳定性上。

### 参考文献

- [1]李燕芳1,黄永俊2. GIS分析模型在江河湖库无...范围线自动划定中的应用研究\_李燕芳[J]. 广西水利水电, 2024, (01): 135-139.
- [2]王猛,张明. 基于ArcGIS及Mike...丘区中小河流洪水淹没图编制\_王猛[J]. 陕西水利, 2024, (01): 54-56, 63.
- [3]叶志恒,沈菲,苗青,等. 一种基于Mike11和Ar...中小河流洪水淹没图制作方法\_叶志恒[J]. 广东水利水电, 2022, (05): 46-50.
- [4]丁志雄,李纪人,李琳. 基于GIS格网模型的洪水淹没分析方法\_丁志雄,李纪人,李琳[J]. 水利学报, 2004, (06): 56-60, 67.
- [5]庄园. 珠江流域中小河流一维水动力学模型研究与应用\_庄园[D]. 清华大学, 2019
- [6]伍宁. 一维圣维南方程组在非恒定流计算中的应用\_伍宁[J]. 人民长江, 2001, (11): 16-18, 56.